

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ХУДОЖЕСТВЕННО-ЭСТЕТИЧЕСКИЙ ЛИЦЕЙ №98»

ОБСУЖДЕНО
на заседании методического
объединения
Протокол № 1
от «26» августа 2023 г.

ПРИНЯТО
на заседании
Педагогического совета
Протокол № 1
от «26» августа 2023г.

УТВЕРЖДАЮ
Приказ директора № 134
от «26 » августа 2023г.
_____ Алабужева О.В.

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
естественнонаучной направленности
«Математики»**

Уровень сложности программы: базовый
Возраст обучающихся: 15-16 лет
Срок реализации: 1 год

Автор-составитель:
Рудина Ольга Эдуардовна.
Квалификационная категория: высшая.

г. Ижевск
2023

Содержание

Раздел 1. Комплекс основных характеристик программы	
Пояснительная записка	3
Цель и задачи программы... ..	4
Планируемые результаты	5
Развитие функциональной грамотности на занятиях в кружке.....	5
Учебный план.....	6
Содержание учебного плана.....	8
Календарный план участия в воспитательных мероприятиях.....	12
Воспитательная работа.....	12
Раздел 2. Комплекс организационно-педагогических условий программы	
Календарный учебный график.....	13
Условия реализации программы.....	13
Формы аттестации и контроля.....	13
Оценочные материалы.....	14
Методические материалы.....	15
Список литературы.....	17
Приложения.....	18

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Актуальность.

Актуальность программы определяется общей задачей оптимизации учебного процесса в условиях школы. Однообразность какой-либо работы снижает интерес к ней. Поэтому сегодня становится необходимым обучить учащихся современным технологиям. Для этого на занятиях будут использоваться активные формы работы. Содержание курса составляют разнообразные задачи, имеющие жизненно-практическую ценность, что положительно скажется на понимании учащимися прикладного характера знаний по математике, поскольку математика проникла практически во все сферы человеческой жизни. Современное производство, компьютеризация общества, внедрение современных информационных технологий требуют математической грамотности. Это предполагает определённый стиль мышления, вырабатываемый математикой. Математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений.

Настоящая программа имеет **естественнонаучную направленность. Уровень освоения программы - базовый.**

Учебно-методические пособия, используемые на занятиях, для каждого этапа могут варьироваться с учетом их актуальности на текущий период времени и способностей детей.

Основной формой деятельности на занятиях курса являются занятия в группах постоянного состава. Творческий характер заданий и необязательность домашнего задания для всех учащихся является здоровьесберегающим условием реализации программы.

В случае невозможности продолжения образовательного процесса в силу объективных причин (аварийной ситуации в образовательной организации, в периоды проведения мероприятий по профилактике гриппа и других острых респираторных вирусных инфекций, морозных дней и т.п.), предусматривается организация образовательного процесса в режиме удаленного обучения с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

Адресат программы. Участниками являются обучающиеся 9 класса МБОУ «ХЭЛ № 98». Возраст детей - 15-16 лет. Объем программы – 136 часов. Занятия проходят два раза в неделю по 2 часа.

Количество обучающихся в группе: 12 – 15 человек.

Отличительной особенностью программы является то, что в школьном курсе не рассматриваются данные темы, содержание которых может способствовать интеллектуальному, творческому развитию обучающихся, расширению кругозора и позволит увидеть необычные стороны математики и ее

приложений. Программа знакомит с «дискретной» математикой, т.е. областью математики, которая занимается изучением дискретных структур, к числу которых могут быть отнесены: теория множеств; теория графов; комбинаторика (отдельные главы).

Педагогическая целесообразность программы данной программы состоит в том, что учащиеся смогут освоить ряд предметных умений (составлять план прочитанного, тезисы, конспекты, таблицы, планировать свою деятельность, контролировать выполненные действия) и общеучебных умений (вести диалог с учителем, с одноклассниками, защита своих взглядов, устанавливать контакты с целью выполнения заданий за пределами школы). Безусловно, полезным окажется и опыт исследовательской деятельности, приобретенный в результате подготовки итоговых зачетных работ.

Именно во время кружковой работы создаются благоприятные условия для использования разнообразных форм занимательной математики. Немаловажным моментом является то, что занимательность развивает интерес и любовь к математике вообще, делает более жизнерадостной и энергичной деятельность обучающихся.

Выполняя задания кружковец развивает свои творческие силы, что способствует обогащению новыми знаниями, расширению общего и математического кругозора. Плодотворное влияние педагога на рост творческого потенциала учащихся, развитие математических способностей особо сказывается при рациональном подборе, постепенном усложнении материалов.

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ПРОГРАММЫ

Цель программы - формирование и поддержка устойчивого интереса к предмету, интенсивное формирование деятельностных способностей, развитие логического мышления, выявление и поддержка одаренных детей, склонных к изучению математических дисциплин.

Задачи:

образовательные:

- обучение методам и приёмам решения нестандартных задач, требующих применения высокой логической культуры и развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление;
- обучение школьников применению полученных знаний при решении различных прикладных задач.

развивающие:

- развитие самостоятельного и творческого мышления учащихся, активизация мыслительной деятельности в условиях ограниченного времени;
- расширение кругозора учащихся через работу с дополнительным материалом, дополнительной литературой и самообразование.

воспитательные:

- формирование навыков и интереса к научной и исследовательской деятельности;
- воспитание эстетического восприятия учащимися красоты математических преобразований.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты:

- свободное владение новыми нестандартными подходами к решению различных задач;
- повышение уровня знаний и эрудиции в области математики;
- приобретение опыта исследовательской деятельности, отработка навыка самостоятельной работы со справочной литературой, в конструировании задач, их решения и презентации на занятиях.

Метапредметные результаты:

- ✓ Регулятивные:
 - умеют уверенно держать себя во время выступления;
 - адекватно оценивают собственное поведение и поведение окружающих;
- ✓ Коммуникативные:
 - умение работать в группах, вести диалог, защищать свой взгляд и точку зрения на проблему;
- ✓ Познавательные
 - расширяют общий кругозор;
 - имеют представление о творческом нестандартном подходе к изучению математики.

Личностные результаты:

- Имеют мотивацию к изучению математики.

Развитие функциональной грамотности на занятиях в кружке.

Функциональная грамотность – «способность человека решать стандартные жизненные задачи в различных сферах жизни и деятельности на основе прикладных знаний».

Функционально грамотная личность – это человек, ориентирующийся в мире и действующий в соответствии с общественными ценностями, ожиданиями и интересами.

Основные признаки функционально грамотной личности: это человек самостоятельный, познающий и умеющий жить среди людей, обладающий определёнными качествами, ключевыми компетенциями. Так на передний план в данный момент выходят требования общества к школьникам: это навыки работы в команде, лидерские качества, инициативность, ИТ-компетентность, финансовая и гражданская грамотности, экологическая и многое другое. Особое место в представлении о функциональной грамотности занимает деятельностная грамотность.

В международном исследовании *PISA* (Programme for International Student Assessment) термин «функциональная математическая грамотность» означает «способность учащегося использовать математические знания, приобретенные им за время обучения в школе, для решения разнообразных задач межпредметного и практико-ориентированного содержания, для дальнейшего обучения и успешной социализации в обществе».

Под *математической функциональной грамотностью* следует подразумевать способность личности использовать приобретенные математические знания для решения задач в различных сферах.

Так на занятиях в кружке «Математики» дети учатся:

- выполнять математические расчеты для решения повседневных задач;

- рассуждать, делать выводы на основе информации, представленной в различных формах (в таблицах, диаграммах, на графиках), широко используемых в средствах массовой информации.

Задания, призванные исследовать состояние математической грамотности кружковцев, имеют четко выраженную прикладную направленность и их решение предусматривает владение учащимися приемами деятельности прикладного характера. Состояние математической грамотности оценивается развитием “математической компетентности”. Математическая компетентность определяется как “сочетание математических знаний, умений, опыта и способностей человека”, которые обеспечивают решение разных проблем, нуждающихся в применении математики.

На занятиях в кружке дети должны научиться быть готовыми к переменам, у них должны развиваться такие качества, как «мобильность, динамизм, конструктивность, инициативность, умение самостоятельно принимать решения».

Для формирования **информационной компетентности** необходимо использовать задачи содержащие информацию, представленную в различной форме (таблицах, диаграммах, графиках и т. д.). Вопрос задачи может быть сформулирован следующим образом: переведите в графическую (словесную) форму; если возможно, хотя бы приближенно опишите их математической формулой; сделайте вывод, наблюдается ли в этих данных какая-то закономерность и др.

Для формирования **коммуникативной компетентности** можно использовать групповую форму организации познавательной деятельности кружковцев на занятиях. Дети могут разделиться на несколько групп, каждая группа должна решить задачу предложенным способом и доказать правильность своего решения оставшимся группам.

Для формирования **исследовательской компетентности** кружковцам можно предложить задания, в которых необходимо исследовать все возможные варианты и сделать определенный вывод.

Готовность к разрешению проблем формируется с помощью задач, в которых необходимо проанализировать предложенную ситуацию, поставить цель, спланировать результат, разработать алгоритм решения задачи, проанализировать результат.

Чтобы повысить математическую грамотность учащихся, можно предложить кружковцам самим составить задачи и уравнения, ребусы, кроссворды, разноуровневые задания. Поэтому достаточно часто на занятиях к кружке используются групповые и игровые формы работы.

Функциональная грамотность становится фактором, содействующим развитию способностей кружковцев творчески мыслить и находить стандартные решения, умений выбирать профессиональный путь, использовать информационно-коммуникационные технологии в различных сферах жизнедеятельности, а также обучению на протяжении всей жизни.

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

№	Тема	ЧАСЫ			Формы аттестации и контроля
		ВСЕГО	ТЕОРИ Я	ПРАКТИ- КА	
1.	Вводное занятие.	2	2	-	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение
2.	Системы счисления.	2	1	1	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Составление вопросов для викторины
3.	Множества.	2	1	1	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Проверочная работа № 1 (См. Приложение №2)
4.	Графы.	8	2	6	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение.
5.	Комбинаторика.	6	2	4	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Работа в группах Проверочная работа №2 (см. Приложение № 2)
6.	Принцип Дирихле.	6	2	4	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Игра «Принцип Дирихле». Творческая работа по Принципу Дирихле (см. Приложение № 1)
7.	Чётность. Делимость. Остатки.	4	2	2	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Подготовить сообщение о

					математиках
--	--	--	--	--	-------------

8.	Логические задачи	4	2	2	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Составление задач самостоятельно
9.	Индукция.	4	2	2	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение.
10.	Основы теории вероятностей.	4	2	2	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Тест № 1 (См. Приложение №2)
11.	Элементы статистики.	2	1	1	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение.
12.	Текстовые задачи.	10	4	6	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Дидактическая игра «Мозговой штурм» (См. Приложение № 1)
13.	Преобразование нестандартных числовых выражений.	2	1	1	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Вычислительный турнир Проверочная работа № 3 (см. Приложение № 2)
14.	Матрицы и определители	6	2	4	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение Математический новый год
15	Тригонометрические функции.	22	8	14	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Работа в группах Тест № 2 (См. Приложение №2)
16	Занимательная математика	50	20	30	Само- и взаимооценка обучающихся. Педагогическое наблюдение. Конкурс математических газет
16	Итоговое занятие.	2	1	1	Беседа «Математика и психология». Игра
	Итого	136	54	82	

Содержание программы

1. Вводное занятие.

Теория: постановка задач курса. Техника безопасности.

2. Системы счисления.

Теория: десятичная позиционная, двоичная, пятеричная, восьмеричная. Системы счисления с древнейших времен до наших дней.

Практика: решение задач на перевод чисел из одной системы счисления в другую, вычислительный турнир.

3. Множество.

Теория: числовое множество, пустое множество, «круги Эйлера», операции над множествами.

Практика: решение задач, составление задач занимательного характера для математических викторин и конкурсов. Проверочная работа № 1 (См. Приложение № 2)

4. Графы.

Теория: построение графа при решении задач.

Практика: беседа «Математика в искусстве», решение задач.

5. Комбинаторика.

Теория: правило суммы, правило произведения, составление комбинаций, перебор вариантов, перестановки без повторений, сочетания без повторений, перестановки с повторениями, размещения с повторениями, сочетания с повторениями.

Практика: решение комбинаторных задач с помощью дерева возможных вариантов. Проверочная работа №2 (см. Приложение № 2)

6. Принципы Дирихле.

Теория: теорема «принцип Дирихле».

Практика: решение задач, обучающий тренажер. Игра «Принцип Дирихле».

Творческая работа по Принципу Дирихле (см. Приложение № 1)

7. Четность. Делимость. Остатки.

Теория: четность, суммы, произведения, делимость суммы, делимость произведения, признаки делимости, признак Паскаля, алгоритм Евклида, свойства остатков.

Практика: решение задач, подготовить сообщения о математиках.

8. Логические задачи.

Теория: высказывания, отрицание, сумма высказываний, произведение высказываний, импликация высказываний.

Практика: решение задач. Аукцион идей (дискуссия) по нахождению способа решения поставленной задачи.

9. Индукция.

Теория: метод математической индукции.

Практика: работа по решению задач выполняется в группах.

10. Основы теории вероятностей.

Теория: случайные события, невозможные события, достоверные события. Абсолютная частота, относительная частота. Статистическое определение вероятности, классическое определение вероятности, геометрическое определение вероятности. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Более подробно можно остановиться на тактике игр, так как это вызовет наибольший интерес учащихся.

Практика: решение задач, дидактическая игра. Тест № 1 (см. Приложение № 2)

11. **Элементы статистики.**

Теория: основная задача и основной метод статистики. Ряд наблюдений. Графическое представление результатов наблюдений. Выборочный метод в статистике. Статистика и вероятностные модели.

Практика: решение простейших задач.

12. **Текстовые задачи.**

Теория: задачи экономического, биологического и химического содержания.

Практика: Математический новый год, решение задач выполняется в группах, создание своих задач.

Дидактическая игра «Мозговой штурм» (см. Приложение № 1)

13. **Преобразование нестандартных числовых выражений.**

Теория: преобразование выражений содержащих абсолютную величину. Преобразование иррациональных выражений.

Практика: выполнение упражнений, обучающий тренажер. Проверочная работа № 3 (см. Приложение № 2)

14. **Матрицы и определители**

15. **Тригонометрические функции.**

Теория: понятие «тригонометрической функции». Обратные тригонометрические функции. Вычисление значений обратных тригонометрических функций. Графики обратных тригонометрических функций. Решение уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции.

Практика: выполнение упражнений, вычислительный турнир. Тест №2 (см. Приложение №2)

16. **Занимательная математика** (игровые задания, математические викторины, фольклорная математика. Последняя тема позволит в игровой форме проверить знания учащихся, которые получены при изучении курса).

Практика: беседа «Математика в профессиях», решение задач, обучающий тренажер.

17. **Итоговое занятие.**

Практика: комбинированное занятие, беседа «Математика и психология».

Календарный план участия в воспитательных мероприятиях

Наименование раздела	Мероприятие	Дата	Количество часов
Принцип Дирихле	Беседа к Дню лицеиста «Математика в искусстве»	Октябрь	2
Матрицы и определители	Математический новый год	Декабрь	2
Занимательная математика	Беседа «Математика в профессиях»	Апрель	2
Итоговое занятие	Беседа «Математика и психология»	Май	2
		ИТОГО	8

Воспитательная работа

Воспитание является одной из важнейших составляющих образовательного процесса наряду с обучением. Дополняя друг друга, обучение и воспитание служат единой цели: целостному развитию личности школьника.

Воспитательная цель при обучении в кружке «Математики» – это воспитание ценностей личного отношения к изучаемым знаниям и извлечение учениками нравственных ценностей из их содержания. Воспитание в процессе обучения рассматривается как совместная деятельность учителя и кружковцев.

Реализация воспитательного потенциала занятий в кружке «Математики» достигается при условии:

- решения воспитательных задач в ходе каждого занятия в единстве с задачами обучения развития личности школьника;
- целенаправленного отбора содержания учебного материала, представляющего ученикам образцы нравственности;
- использования современных образовательных и информационных технологий;
- организации самостоятельной творческой исследовательской деятельности кружковцев во время занятия.

— организации общения между учителем и кружковцем, между учениками.

Занятия математикой дисциплинируют. Кроме того, благодаря наличию в математических задачах точного ответа каждый ученик может после выполнения задания оценить свои знания и меру усилий, вложенных в работу, т. е. дать себе самооценку, столь важную для формирования личности. Занимаясь дополнительно математикой, каждый кружковец воспитывает в себе такие личностные черты характера, как настойчивость и целеустремленность. Добросовестная работа во время занятий в кружке требует напряженной умственной работы, внимания, терпимости в преодолении различных трудностей. Поэтому занятия в кружке воспитывают в учениках трудолюбие, упорство, аккуратность, учат доводить дело до конца. Так же воспитывают прилежность, внутреннюю собранность, усидчивость.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Условные обозначения:

	- учебные занятия по расписанию
	- текущая аттестация
	- промежуточная аттестация
	- итоговая аттестация

Сроки реализации по годам освоения программы	I полугодие			II полугодие		Всего учебных недель
	1 неделя	2-15 неделя	16 неделя	17-35 неделя	34 неделя	
1 год						34

УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

Материально-техническое обеспечение

Занятия проводятся на базе МБОУ «ХЭЛ № 98» каб. № 11. Кабинет соответствует требованиям противопожарной безопасности, производственной санитарии гигиены труда. В кабинете есть столы и стулья для работы детей, школьная доска, компьютеры, проектор, экран, колонки.

ФОРМЫ АТТЕСТАЦИИ И КОНТРОЛЯ

Результативность обучения отслеживается следующими формами контроля:

1. тематический контроль;
2. проверочная работа обучающего характера;
3. взаимопроверка;
4. самостоятельное конструирование задач.

Памятка, которая необходима каждому, кто решил серьёзно заниматься математикой:

- творческая работа в математике- это самоотверженный, неограниченный никакими временными рамкам напряжённый труд, умение преодолевать любые препятствия, включая необходимость изучения «скучных» и кажущихся ненужных вопросов;
- давно известно, что гений и талант проявляются только в напряжённом труде;
- нельзя ограничиваться только тем, что тебе «подано сверху», «разжёвано на уроке»;
- приучать себя к мысли, что процесс познания бесконечен, что чем больше ты

- узнаёшь, тем больше надо работать, думать;
- надо научиться видеть красоту, уметь её создавать не только в изящном доказательстве, ярком решении, но и в мелочах: в умении сделать красивым, лишённым излишних подробностей чертёж или рисунок, в умении красиво оформлять работу, чётко записать формулу ;
- учиться мыслить, тщательно проверяя ход все своих рассуждений;
- развивать наблюдательность, стараться увидеть закономерности там, где их вроде бы и нет, подметить порядок и логическую строгость в кажущемся беспорядке, уметь обобщать свои наблюдения;
- развивать геометрическое воображение, способность достаточно быстро усваивать технику и правила всякого рода вычислений, преобразований, построений.

Подведение итогов реализации данной программы будет проходить в виде защиты проекта решения нестандартных задач (групповая или индивидуальная форма).

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Методы и формы обучения

В процессе обучения по данной образовательной программе используются следующие основные методы и формы обучения:

- объяснительно-иллюстративный: беседа, рассказ, лекция;
- репродуктивный: практические занятия;
- интерактивный: деловые, ролевые игры;
- проблемно-поисковый: анализ конкретных ситуаций, исследовательская, проектная деятельность;
- игровой: мозговой штурм, математические гонки, счастливый случай, дидактические игры;
- в воспитании - методы формирования сознания личности, методы организации деятельности формирования опыта общественного поведения, методы стимулирования поведения и деятельности.

Методическое обеспечение по данной образовательной программе включает в себя следующие компоненты:

1) методические разработки и конспекты занятий на темы:

- игра «Математические гонки» (Материал: <https://kopilkaurokov.ru/matematika/presentacii/urok-ighra-po-alghiebrie-matiematicheskiie-ghonki-dl-uchashchikhsia-9-klassov>);
- игра «Счастливый случай» (Материал: <https://infourok.ru/prezentaciya-matematicheskoy-igri-dlya-klassa-376748.html>);
- игра «Мозговой штурм» (материал <http://uchitelya.com/algebra/107518-matematicheskaya-igra-mozgovoy-shturm.html>);

➤ электронная он-лайн презентация «Принцип Дирихле» (<https://ppt-online.org/12267>).

2) дидактический и раздаточный материалы (см. Приложение):

- ✓ тексты задач;
- ✓ алгоритмы решения задач;
- ✓ памятка для написания и оформления задачи;
- ✓ проверочные работы и тесты;
- ✓ справочники.

3) описание практических работ:

- ✓ создание ситуации выбора (разбор задач, написание собственной задачи, выступление с сообщением, защита проекта);

4) комплект психолого-педагогической диагностики:

- ✓ психологические методики на развитие личности;
- ✓ методическое пособие для проведения мониторинга знаний;
- ✓ анкеты.

Список литературы

Литература для педагога:

1. Смыкалова Е.В. «Математика. Дополнительные главы» - СПб: СМИОПресс, 2001;
2. Гжегорчик А. «Популярная логика» - М.: Наука, 1979;
3. Бунимович Е.А. «Вероятность и статистика. 5-9 кл» - М.: Дрофа, 2002;
4. Шнейдер В.Е. и др. «Краткий курс высшей математики» - М.: Высшаяшкола, 1972;
5. Мостеллер Ф. «Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями» - М.: Наука , 1985;
6. Фальке Л.Я. «Час занимательной математики»- М., Илекса: Народное образование: Сервисшкола, 2003.

Список литературы для учащихся:

1. Агеев И.Д. «Занимательные материалы по информатике и математике» -М.: ТЦСфера, 2005;
2. Перельман Я.И. «Живая математика» - М.: Просвещение, 1967;
3. Савин А.П. «Математические миниатюры»- М.: Детская литература,1998;
4. Савин А.П. «Энциклопедический словарь юного математика» - М.: Педагогика , 1989;
5. Шарыгин И.Ф. «Задачи на смекалку»- М.: Просвещение, 2003;
6. Фарков А.В. «Школьные олимпиады»-М.:Айрис-пресс,2009
7. Фальке Л.Я . «Час занимательной математики» 2003
8. Фарков А.В. «Внеклассная работа по математике» 5-11 классы 2009
9. Юшкевич А.П. «История математики в 3-х томах» - М.: Наука, 1972.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 1

Дидактические материалы для игры «Мозговой штурм» по теме «Текстовые задачи».

Задача № 1. Два велосипедиста одновременно отправились в 130-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Задача № 2. Из двух городов, расстояние между которыми равно 300 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 70 км/ч и 80 км/ч?

Задача № 3. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 450 метров меньше, чем скорый, и на путь в 240 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда.

Ответ дайте в км/ч.

Задача № 4. Заказ на 132 детали первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 1 деталь больше?

Задача № 5. Первый насос наполняет бак за 19 минут, второй — за 57 минут, а третий — за 1 час 16 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Задача № 6. Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 108 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

Пояснения:

Задача № 1: Пусть x км/ч – скорость второго велосипедиста. Тогда согласно условию $(x + 3)$ км/ч – скорость первого велосипедиста.

Оба велосипедиста проехали 130 км.

Третью колонку таблицы заполняем автоматически, пользуясь формулой $t=Sv$

Время движения первого велосипедиста меньше, чем время движения второго на 3 часа, поэтому $130x-130x+3=3$, решаем $x = 10$, скорость велосипедиста, пришедшего первым равна 13 км/ч. Ответ: 13

Задача № 2: Обозначим за x ч время нахождения в пути одного автомобиля до встречи с другим.

Тогда один из автомобилей прошел $70x$, второй – $80x$ км.

В сумме эти пути дают 300 км.

Поэтому $70x + 80x = 300$, $x = 2$.

Ответ: 2

Задача № 3: Введите обозначения, уравнение $240x-240x+27=2$, решите это уравнение.

Ответ: 45.

Задача № 4 Заказ на 132 детали первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 1 деталь больше? Решение.

Обозначим — число деталей, которые изготавливает за час первый рабочий, тогда второй рабочий за час изготавливает деталь, . На изготовление 132 деталей первый рабочий тратит на 1 час меньше, чем второй рабочий, отсюда имеем:

Ответ: 12.

Задача № 5 Первый насос наполняет бак за 19 минут, второй — за 57 минут, а третий — за 1 час 16 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно? Решение.

Обозначим объем бака за 1. Тогда три насоса, работая вместе, заполнят бак за минут.

Ответ: 12.

Задача № 6 Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 108 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба? Решение.

Обозначим — количество литров воды, пропускаемой первой трубой в минуту, тогда вторая труба пропускает литров воды в минуту. Резервуар объемом 108 литров первая труба заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба, отсюда имеем:

Таким образом, первая труба пропускает 9 литров воды в минуту.

Ответ: 9.

по теме «Принцип Дирихле».

Задача 1:

В лесу растет миллион елок. Известно, что на каждой из них не более 600000 иголок. Докажите, что в лесу найдутся две елки с одинаковым числом иголок.

Решение:

Перед нами миллион «кроликов»-елок и, увы, всего лишь 600001 клетка с номерами от 0 до 600000. Каждый «кролик»-елка сажается нами в клетку с номером, равным количеству иголок на этой елке. Так как «кроликов» гораздо больше, чем клеток, то в какой-то клетке сидит по крайней мере два «кролика» – если бы в каждой сидело не более одного, то всего «кроликов»-елок было бы не более 600001 штук. Но ведь, если два «кролика»-елки сидят в одной клетке, то количество иголок у них одинаково.

Задача 2:

Дано 12 целых чисел. Докажите, что из них можно выбрать два, разность которых делится на 11.

Решение:

Остатки по модулю 11 – «клетки», числа – «кролики».

Задача 3:

В городе Ленинграде живет более 5 миллионов человек. Докажите, что у каких-то двух из них одинаковое число волос на голове, если известно, что у любого человека на голове менее миллиона волос.

Решение:

Постройте миллион клеток с номерами от 0 до 999999 и рассадите там людей, поместив каждого ленинградца в клетку, номер которой равен количеству волос на его голове.

Задача 4:

В магазин привезли 25 ящиков с тремя разными сортами яблок (в каждом ящике яблоки только одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков с яблоками одного и того же сорта.

Решение:

25 ящиков-«кроликов» рассадим по 3 клеткам-сортам. Так как $25 = 3 \cdot 8 + 1$, то применим «обобщенный принцип Дирихле» для $N = 3$, $k = 8$ и получим, что в какой-то клетке-сорт не менее 9 ящиков.

Задача 5:

В стране Курляндии m футбольных команд (по 11 футболистов в каждой). Все футболисты собрались в аэропорту для поездки в другую страну на ответственный матч. Самолет сделал 10

рейсов, перевозя каждый раз по m пассажиров. Еще один футболист прилетел к месту

предстоящего матча на вертолете. Докажите, что хотя бы одна команда была целиком доставлена в другую страну.

Решение:

Так как перевезено всего $10m + 1$ футболистов, то, рассадив их по клеткам-командам, получаем, что в какой-то клетке сидит 11 футболистов.

Задача 6:

Дано 8 различных натуральных чисел, не больших 15. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть три одинаковых.

Решение:

Различных разностей может быть 14 – от 1 до 14 – это те 14 клеток, в которые мы будем сажать кроликов. Кто же будет нашими кроликами? Ими, конечно, должны быть разности между парами данных нам натуральных чисел. Однако имеется 28 пар и их можно рассадить по 14 клеткам так, что в каждой клетке будет сидеть ровно два «кролика» (и значит, в каждой меньше трех). Здесь надо использовать дополнительное соображение: в клетке с номером 14 может сидеть не более одного кролика, ведь число 14 можно записать как разность двух натуральных чисел, не превосходящих 15, лишь одним способом: $14 = 15 - 1$. Значит, в оставшихся 13 клетках сидят не менее 27 кроликов, и применение обобщенного принципа Дирихле дает нам желаемый результат.

Задача 7:

Докажите, что в любой компании из 5 человек есть двое, имеющие одинаковое число знакомых в этой компании.

Решение:

Вариантов числа знакомых всего 5: от 0 до 4. Осталось заметить, что если у кого-то 4 знакомых, то ни у кого не может быть 0 знакомых.

Задача 8:

Несколько футбольных команд проводят турнир в один круг. Докажите, что в любой момент турнира найдутся две команды, сыгравшие к этому моменту одинаковое число матчей.

Решение:

Пусть всего команд n . Тогда вариантов числа команд, с которыми сыграла данная команда n : от 0 до $n - 1$. Осталось заметить, что если одна команда сыграла со всеми $n - 1$ -й, то никакая другая команда не могла ни с кем не сыграть.

Задача 9:

а) Какое наибольшее число полей на доске 8×8 можно закрасить в черный цвет так, чтобы в любом уголке вида из трех полей было по крайней мере одно незакрашенное поле?

б) Какое наименьшее число полей на доске 8×8 можно закрасить в черный цвет так, чтобы в

каждом уголке вида было по крайней мере одно черное поле?

Решение:

а) Разбейте доску на 16 квадратов 2×2 – это клетки; кроликами, конечно, будут черные поля.

Задача 10:

10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.

Решение:

Из условий следует, что найдутся 7 школьников, решивших $35 - 6 = 29$ задач. Так как $29 = 4 \cdot 7 + 1$, то найдется школьник, решивший не менее пяти задач.

Задача 11:

Какое наибольшее число королей можно поставить на шахматной доске так, чтобы никакие два из них не били друг друга?

Решение:

Ответ: 16 королей. Разобьем доску на 16 квадратов, в каждом может быть не более одного короля.

Задача 12:

Докажите, что равносторонний треугольник нельзя покрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками.

Решение:

Каждый из меньших треугольников не может накрывать более одной вершины большого треугольника.

Задача 13:

В квадрат со стороной 1 метр бросили 51 точку. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть квадратом со стороной 20 см.

Решение:

Разобьем наш квадрат на 25 квадратов со стороной 20 см. По обобщенному принципу Дирихле, в какой-то из них попадет по крайней мере три точки из 51 брошенной.

Задача 14:

Пятеро молодых рабочих получили на всех зарплату – 1500 рублей. Каждый из них хочет купить себе магнитофон ценой 320 рублей. Докажите, что кому-то из них придется подождать с покупкой

до следующей зарплаты.

Решение:

Если бы каждый из рабочих мог купить магнитофон, то у них в сумме было бы не менее $5 \cdot 320 = 1600$ рублей.

Задача 15:

В бригаде 7 человек и их суммарный возраст – 332 года. Докажите, что из них можно выбрать трех человек, сумма возрастов которых не меньше 142 лет.

Решение:

Покрасим всю сушу в синий цвет, а все точки, диаметрально противоположные суше – в красный. Тогда обязательно есть точка, которая покрашена в оба цвета. В ней и надо рыть туннель.

Задача 16:

Докажите, что среди степеней двойки есть две, разность которых делится на 1987.

Решение:

Рассмотрите 1988 степеней и их остатки по модулю 1987.

Задача 17:

Докажите, что из 52 целых чисел всегда найдутся два, разность квадратов которых делится на 100.

Решение:

Квадраты при делении на 100 могут давать лишь 51 остаток, так как остатки x и $100 - x$ при возведении в квадрат дают один и тот же остаток.

Задача 18:

Докажите, что среди чисел, записываемых только единицами, есть число, которое делится на 1987.

Решение:

Рассмотрим 1988 чисел-«кроликов» $1, 11, 111, \dots, 111 \dots 11$ (1988 единиц) и посадим их в 1987 клеток с номерами $0, 1, 2, \dots, 1986$ – каждое число попадает в клетку с номером, равным остатку от деления этого числа на 1987. Тогда (по принципу Дирихле) найдутся два числа, которые имеют одинаковые остатки при делении на 1987. Пусть это числа $11 \dots 11$ (m единиц) и $11 \dots 11$ (n единиц), причем $m > n$. Но их разность, которая делится на 1987, равна $11 \dots 1100 \dots 00$ ($m - n$ единиц и n нулей). Сократим все нули – ведь они не имеют никакого отношения к делимости на 1987 – и получим число из одних единиц, которое делится на 1987.

Задача 19:

Докажите, что существует степень тройки, оканчивающаяся на 001.

Решение:

Если 3^m и 3^n – степени тройки, дающие один и тот же остаток при делении на 1000, то $3^m - 3^n =$

$3n(3m - n - 1)$ делится на 1000 (мы считаем для определенности, что $m > n$).

Задача 20:

В клетках таблицы 3×3 расставлены числа $-1, 0, 1$. Докажите, что какие-то две из 8 сумм по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям будут равны.

Решение:

Эти суммы могут принимать лишь 7 разных значений: от -3 до 3 .

Дидактический материал на решение задач по принципу Дирихле

Задача 1. В корзине лежат 30 грибов - рыжиков и груздей.

Известно, что среди любых 12 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 20 грибов - хотя бы один груздь. Сколько рыжиков и сколько груздей в корзине.

Решение:

19 рыжиков и 11 груздей. Если бы в корзине нашлись 12 груздей, то ни один из них не был бы рыжиком, следовательно, количество груздей не превосходит 11. Если бы груздей было меньше 11, то их было бы не больше 10. В этом случае можно было бы найти 20 не груздей, следовательно, груздей - 11. Рыжиков - 19.

Задача 2. В мешке лежат шарики двух разных цветов: черного и белого. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказались два шарика одного цвета?

Решение:

Достанем из мешка 3 шарика. Если бы среди шариков было не более одного шарика каждого из двух цветов, то всего было бы не более двух шариков - это очевидно, и противоречит тому, что мы достали 3 шарика. С другой стороны, понятно, что двух шариков может и не хватить.

Ясно, что "зайцами" здесь являются шарики, а "клетками" - цвета: черный и белый.

Задача 3. В магазин привезли 25 ящиков с тремя сортами яблок (в каждом ящике яблоки только одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков одного сорта.

Решение:

В решении этой задачи нам поможет обобщенный принцип

Дирихле: "Если в n клетках сидят не менее $kn+1$ зайцев, то в какой-то из клеток сидит, по крайней мере, $k+1$ заяц. 25 ящиков — "зайцев" - рассадим по 3 "клеткам" - сортам. Так как $25 = 3 \cdot 8 + 1$, то, применив обобщенный принцип Дирихле для $n=3$, $k=8$, получим, что в какой-то "клетке" — сорте не менее 9 ящиков.

Задача 4. В квадрате со стороной 1 м бросили 51 точку. Докажите, что какие-то 3 точки из них можно накрыть квадратом со стороной 20 см.

Решение: Разобьем квадрат на 25 квадратов со стороной 20 см. По обобщенному принципу Дирихле в какой-то из них попадет по крайней мере 3 точки из 51 брошенной. Замечая, что в основе принципа лежит идея сложения неравенств, одно замечательное свойство из неё гласит: "

Если сумма n чисел равна S , то среди них есть как число не большее S/n и число не меньшее S/n

Задача 5. В бригаде 7 человек и их суммарный возраст 332 года. Докажите, что из них можно выбрать трех человек, сумма возрастов которых не меньше 142.

Решение:

Рассмотрим всевозможные тройки рабочих бригад. Сумма суммарных возрастов, как легко

подсчитать, равна $15 \cdot 332$, а таких троек 35. Значит, есть тройка, суммарный возраст в которой не меньше, чем что больше 142.

Творческая работа по принципу Дирихле

На основе изученных классические задачи, которые решаются с помощью принципа Дирихле, в паре со своим соседом составьте несколько подобных задач.

Итоговая игра «Математический турнир»

<https://videouroki.net/razrabotki/konkurs-igra-matematicheskij-boy-dlya-starsheklassnikov.html>

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
Проверочные работы и тесты

Проверочная работа №1 «Множества»

Вариант I

1. Найти $A \setminus B$; $B \setminus A$; $A \cap B$; $A \cup B$, если:

1) $A = \{-5; -3; -1; 0\}$, $B = \{-3; 0; 4; 5\}$;

2) $A = \{a; b; c\}$, $B = \{c; d; e\}$.

Решение:

1) $A \setminus B = \{-5; -1\}$; $B \setminus A = \{4; 5\}$;

$A \cap B = \{-3; -1; 0; 4; 5\}$; $A \cup B = \{-3; 0\}$; 2) $A \setminus B = \{a; b\}$; $B \setminus A = \{d; e\}$;

$A \cap B = \{a; b; c; d; e\}$; $A \cup B = \{c\}$.

2. Найти объединение и пересечение отрезков $[-1; 3]$ и $[0; 4]$.

Решение:

$[-1; 3] \cup [0; 4] = [-1; 4]$;

$[-1; 3] \cap [0; 4] = [0; 3]$.

3. Найти множество истинности предложения.

1) n – натуральное число, кратное 4, но меньше, чем 25. Решение:

$\{4; 8; 12; 16; 20; 24\}$.

2) $-3 \leq y < 1$, $y \in Z$

Решение:

$\{-3; -2; -1; 0\}$.

4. Записать уравнение:

1) окружности с центром в точке $C(0,5; -1)$ и радиусом $r = 6$.

Решение:

$$(x - 0,5)^2 + (y + 1)^2 = 36.$$

2) прямой, проходящей через точки $A(7; 0); B(0; -6)$.

Решение:

$$6x - 7y = 42.$$

5. Среди прямых, заданных уравнениями $x + y = 1$, $2x - 4y = 3$, $2x + 2y = 5$, $-x + 2y = 4$, указать пары параллельных прямых. Решение:

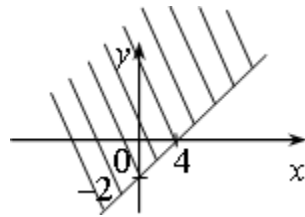
$$x + y = 1 \text{ и } 2x + 2y = 5; 2x -$$

$$4y = 3 \text{ и } -x + 2y = 4.$$

6. На координатной плоскости штриховкой показать множество точек,

удовлетворяющих неравенству $y \geq \blacksquare - 2$.

Решение:



7. Определите фигуру, заданную уравнением $(x + 7)(y - 6) = 0$.

Решение:

Две прямые $x = -7$ и $y = 6$.

Вариант II

1. Найти $M \setminus N; N \setminus M; M \cap N; M \cup N$, если:

1) $M = \{2; 4; 6; 10; 12\}, B = \{2; 6; 12; 14\}$

2) $M = \{a; b; d; f\}, N = \{b; d; e\}$

Решение:

1) $M \setminus N = \{4; 10\}; N \setminus M = \{14\};$

$M \cap N = \{2; 4; 6; 10; 12; 14\}; M \cup N = \{2; 6; 12\}.$

2) $M \setminus N = \{a; f\}; N \setminus M = \{e\};$

$M \cap N = \{a; b; d; e; f\}; M \cup N = \{b; d\}.$

2. Найти объединение и пересечение отрезков $[-3,5; 4]$ и $[-1; 4,7]$.

Решение:

$$[-3,5; 4] \cup [-1; 4,7] = [-3,5; 4,7]$$

$$[-3,5; 4] \cap [-1; 4,7] = [-1; 4]$$

3. Найти множество истинности предложения.

1) n – натуральный делитель числа 48.

Решение:

$$\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48\}$$

2) $-4 < y \leq 2, Z \cap N$

Решение:

$$\{1; 2\}$$

4. Записать уравнение:

1) окружности с центром в точке $A(-3,2; 1)$ и радиусом $r = 4$.

Решение:

$$(x + 3,2)^2 + (y - 1)^2 = 16$$

2) прямой, проходящей через точки $M(0; 4); N(-2; 0)$.

Решение:

$$-2x + y = 4$$

5. Среди прямых, заданных уравнениями $3x + y = 2$, $-2x + y = 3$,

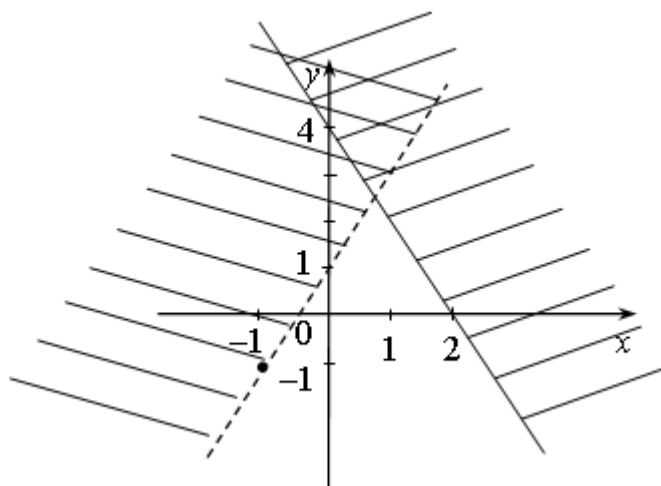
$x + y = 2$, $4x - 2y = 1$, указать те, которые пересекают прямую $2x - y = 1$. Решение:

$$3x + y = 2, x + y = 2$$

6. На координатной плоскости штриховкой показать множество точек,

удовлетворяющих системе неравенств

Решение:



7. Определите фигуру, заданную уравнением $(x - 8)(y + 9) = 0$.

Решение:

Две прямые $x = 8$ и $y = 9$.

Реши неравенства с модулями

$$|3x - 2| = 1$$

$$|101x + 4| = -1$$

$$|x^2 - 3x| = 0$$

$$||x + 1| - 4| = 3$$

$$||x - 5| - 5| - 5| = 5$$

$$|8 - |x - 2|| = 7$$

$$|x + 1| + |5 - x| = 2$$

$$|1 - x| + |x + 2| = 3$$

$$|8 + x| + |x - 7| = 10$$

$$|2x + 3| - 4 = x$$

Проверочная работа № 2 «Комбинаторика»

Вариант 1

1. Комбинаторикой называют раздел математики, который изучает

- а) закономерности массовых случайных событий; б) различные комбинации элементов множеств; в) количественные характеристики массовых явлений.

2. Выберите из предложенных множеств множество целых чисел:

- а) \mathbb{R} ;
б) \mathbb{N} ;
в) \mathbb{Z} .

3. Множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих и множеству А и множеству В называют

- а) пересечением множеств А и В;
б) объединением множеств А и В;
в) разностью множеств А и В.

4. Пересечение множеств А и В обозначают:

- а) $A \cap B$;
б) $A \cap B$;
в) $A \supset B$;
г) $A \cup B$.

5. Пусть А – множество четных чисел из интервала (3;10), В – множество делителей числа 24. Найдите пересечение этих множеств.

- $\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$
а) $\{4; 6; 8\}$;
б) $\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$;
в) $\{1; 2; 3; 12; 24\}$;
г) $\{1; 2; 3; 12; 24\}$.

6. Каждое расположение n элементов в определенном порядке называется

- а) размещением;
б) перестановкой;
в) сочетанием.

7. Количество перестановок из n элементов вычисляют по формуле:

- а) $\frac{n!}{(n-k)!}$;
б) $\frac{n!}{n!}$;
в) $\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

8. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?

- а) 30;
- б) 5;
- в) 100;
- г) 120.

9. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

- а) 128;
- б) 35960;
- в) 36;
- г). 46788.

10. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?

- а) 10;
- б) 60;
- в) 20;
- г) 30.

11. Вычислить: $6! - 5!$

- а) 600;
- б) 300;
- в) 1;
- г) 1000.

12. Если объект А можно выбрать x способами, а объект В – y способами, то каким количеством способов можно выбрать объект «А или В»?

- а) $x+y$;
- б) xy ;
- в) x или y .

Вариант 2

1. Комбинаторика отвечает на вопрос

- а) какова частота массовых случайных явлений;
- б) с какой вероятностью произойдет некоторое случайное событие;
- в) сколько различных комбинаций можно составить из элементов данного множества.

2. Выберите из предложенных множеств множество натуральных чисел:

- а) N ;
- б) Q ;
- в) R .

3. Множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих множеству А и не принадлежащих множеству В называют

- а) пересечением множеств А и В;
- б) объединением множеств А и В;

в) разностью множеств А и В.

4. Разность множеств А и В обозначают:

- а) $A \setminus B$;
- б) $A \cap B$;
- в) $A \supset B$;
- г) $A \cup B$.

5. Пусть А – множество четных чисел из интервала (3;10), В – множество делителей числа 24. Найдите разность множеств В и А.

- $\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$
- а) $\{4; 6; 8\}$;
 - б) $\{1\}$;
 - в) $\{2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$;
 - г) $\{1; 2; 3; 12; 24\}$.

6. Любое множество, состоящее из k элементов, взятых из данных n элементов, называется.....

- а) размещением;
- б) перестановкой;
- в) сочетанием.

7. Количество сочетаний из n элементов по k вычисляют по формуле:

- а) $\frac{n!}{(n-k)!}$;
- б) $n!$;
- в) $\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

8. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

- а) 100;
- б) 30;
- в) 5;
- г) 120.

9. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

- а) 3;
- б) 6;
- в) 2;
- г) 1.

10. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков.

- а) 10000;
- б) 60480;
- в) 56;
- г) 39450.

11. Вычислить: $\frac{P_1 \cdot A_1}{P}$.

- а) 1;
- б) 13;
- в) 12;
- г) 32.

12. Если объект А можно выбрать х способами, а объект В – у способами, то каким количеством способов можно выбрать объект «А и В»

- а) х;
- б) ху;
- в) х + у.

Проверочная работа № 3 «Преобразование нестандартных числовых выражений»

1. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{65^2 - 56^2}}{(2\sqrt{7})^2}$.

14

2. Найдите значение выражения $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$.

3. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$.

4. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{\frac{6}{7}} \cdot \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}}$.

$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$

5. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[10]{10} \cdot \sqrt[16]{16}}{\sqrt[5]{5}}$.

6. Найдите значение выражения

7. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$.

8. Найдите значение выражения $5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}$.

9. Найдите значение выражения $\sqrt{49} \cdot \sqrt{49}$.

10. Найдите значение выражения .

11. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15}}{(8\sqrt{3})^2}$.

12. Найдите значение выражения $\frac{7}{3} \sqrt{6} \cdot \sqrt{54}$.

13. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$.

14. Найдите значение выражения $\sqrt{10} \cdot \sqrt{1,6}$.

15. Найдите значение выражения

16. Найдите значение выражения $\frac{8}{3}\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$.

17. Найдите значение выражения $\frac{5}{2}\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$.

18. Найдите значение выражения $\frac{4}{5}\sqrt{90} \cdot \sqrt{10}$.

19. Найдите значение выражения $\frac{4}{5}\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$.

Преобразования буквенных иррациональных выражений

1. Найдите значение выражения $\frac{5\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ при $x > 0$.

2. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[6]{m}}{\sqrt[8]{m}}$ при $m > 0$.

3. Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ при $x \leq 2$.

4. Найдите значение выражения $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$ при $6 \leq a \leq 10$.

5. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}}$ при $b > 0$.

6. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[15]{16\sqrt[9]{m}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}}$ при $m > 0, a > 0$.

7. Найдите значение выражения $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)}$ при $|x| \neq 2$.

8. Найдите $h(5+x) + h(5-x)$ если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-10}$.

9. Найдите значение выражения $\frac{9\sqrt{m} \cdot 18\sqrt{m}}{7\sqrt{x} - 5}$ при $\frac{5\sqrt{x}}{x} = 64$.

11. Найдите значение выражения

$$\text{при } x = 3.$$

Тест № 1

«Основы теории вероятности»

1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?

- 1) 30 2) 100 3) 120 4) 5

2. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

- 1) 128 2) 35960 3) 36 4) 46788

3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?
 1) 10 2) 60 3) 20 4) 30
4. Вычислить: $6! - 5!$
 1) 600 2) 300 3) 1 4) 1000
5. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым? 1) 2) 3) 4)
6. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?
 1) 2) 0,5 3) 0,125 4)
7. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?
 1) 0,02 2) 0,00012 3) 0,0008 4) 0,002

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	2	4	1	2	3	4

Вариант 2.

1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5? 1) 100
 2) 30 3) 5 4) 120
2. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей? 1) 3 2) 6 3) 2
 4) 1
3. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков.
 1) 10000 2) 60480 3) 56 4) 39450
4. Вычислите:
 1) 2 2) 56 3) 30 4)
5. В игральной колоде 36 карт. Наугад выбирается одна карта. Какова вероятность, что эта карта – туз?
 1) 2) 3) 4)
6. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что выпадут две четные цифры?
 1) 0,25 2) 3) 0,5 4) 0,125
7. В корзине лежат грибы, среди которых 10% белых и 40% рыжих. Какова вероятность того, что выбранный гриб белый или рыжий?
 1) 0,5 2) 0,4 3) 0,04 4) 0,8

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	4	1	2	2	3	1	1

Вариант 3.

- Сколькими способами можно расставить 4 различные книги на книжной полке?
1) 24 2) 4 3) 16 4) 20
- Сколько диагоналей имеет выпуклый семиугольник?
1) 30 2) 21 3) 14 4) 7
- В футбольной команде 11 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?
1) 22 2) 11 3) 150 4) 110
- Сократите дробь:
1) 1 2) 3) 4)
- Какова вероятность, что при одном броске игрального кубика выпадает числоочков, равное четному числу?
1) 2) 0,5 3) 4) 0,25
- Катя и Аня пишут диктант. Вероятность того, что Катя допустит ошибку, составляет 60%, а вероятность ошибки у Ани составляет 40%. Найти вероятность того, что обе девочки напишут диктант без ошибок.
1) 0,25 2) 0,4 3) 0,48 4) 0,2
- Завод выпускает 15% продукции высшего сорта, 25% - первого сорта, 40% - второго сорта, а все остальное – брак. Найти вероятность того, что выбранное изделие не будет бракованным.
1) 0,8 2) 0,1 3) 0,015 4) 0,35

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	1	2	4	3	2	4	1

Вариант 4

- Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 5 человек?
1) 5 2) 120 3) 25 4) 100
- Сколькими способами из 25 учеников класса можно выбрать четырех для участия в праздничном концерте?
1) 12650 2) 100 3) 75 4) 10000
- Сколько существует трехзначных чисел, все цифры которых нечетные и различны.
1) 120 2) 30 3) 50 4) 60
- Упростите выражение:
1) 0,5 2) 3) n 4) n-1
- Какова вероятность, что ребенок родится 7 числа?
1) 2) 3) 4)
- Каждый из трех стрелков стреляет в мишень по одному разу, причем попадания первого стрелка составляет 90%, второго – 80%, третьего – 70%. Найдите вероятность того, что все три стрелка попадут в мишень?
1) 0,504 2) 0,006 3) 0,5 4) 0,3

7. Из 30 учеников спорткласса, 11 занимается футболом, 6 – волейболом, 8 – бегом, а остальные прыжками в длину. Какова вероятность того, что один произвольно выбранный ученик класса занимается игровым видом спорта? 1) 2) 0,5 3) 4)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	2	1	4	3	2	1	1

Вариант 5

- Сколько существует вариантов рассаживания 6 гостей на 6 стульях? 1) 36 2) 180 3) 720 4) 300
- Аня решила сварить компот из фруктов 2-ух видов. Сколько различных вариантов (по сочетанию фруктов) компотов может сварить Аня, если у нее имеется 7 видов фруктов? 1) 14 2) 10 3) 21 4) 30
- Сколько существует обыкновенных дробей, числитель и знаменатель которых – простые различные числа не больше 20? 1) 80 2) 56 3) 20 4) 60
- Упростите выражение:
1) 2) 3) 4) 0
- Какова вероятность того, что выбранное двузначное число делится на 12? 1) 2) 3) 4)
- Николай и Леонид выполняют контрольную работу. Вероятность ошибки при вычислениях у Николая составляет 70%, а у Леонида – 30%. Найдите вероятность того, что Леонид допустит ошибку, а Николай нет. 1) 0,21 2) 0,49 3) 0,5 4) 0,09
- Музыкальная школа проводит набор учащихся. Вероятность быть не зачисленным во время проверки музыкального слуха составляет 40%, а чувстворитма – 10%. Какова вероятность положительного тестирования? 1) 0,5 2) 0,4 3) 0,6 4) 0,04

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	3	2	2	2	4	1

Вариант 6

- Сколькими способами можно с помощью букв К, А, В, С обозначить вершины четырехугольника? 1) 12 2) 20 3) 24 4) 4
- На полке стоят 12 книг. Наде надо взять 5 книг. Сколькими способами она может это сделать? 1) 792 2) 17 3) 60 4) 300
- В 12 – ти этажном доме на 1 этаже в лифт садятся 9 человек. Известно, что они выйдут группами в 2, 3 и 4 человека на разных этажах. Сколькими способами они могут это сделать, если на 2 – Ом этаже лифт не

останавливается?

- 1) 100 2) 720 3) 300 4) 60

4. Упростите выражение:

- 1) 2) 3) 4) 0

5. В ящике лежат карточки с буквами, из которых можно составить слово «электрификация». Какова вероятность того, что наугад выбранная буква окажется буквой к?

- 1) 2) 7 3) 4)

6. Каждый из трех стрелков стреляет в мишень по одному разу, причем вероятность попадания 1 стрелка составляет 80%, второго – 70%, третьего 60%. Найдите вероятность того, что двое из трех стрелков попадет в мишень.

- 1) 0,336 2) 0,452 3) 0,224 4) 0,144

7. В корзине лежат фрукты, среди которых 30% бананов и 60% яблок.

Какова вероятность того, что выбранный наугад фрукт будет бананом или яблоком?

- 1) 0,9 2) 0,5 3) 0,34 4) 0,18

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	1	2	3	1	2	1

Вариант 7

1. В корзине лежит: яблоко, апельсин, грейпфрут и манго. Сколькими способами 4 девочки могут поделить фрукты? (одной девочке один фрукт)

- 1) 4 2) 24 3) 20 4) 16

2. На плоскости расположены 25 точек так, что три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?

- 1) 75 2) 100 3) 2300 4) 3000

3. В теннисном турнире участвуют 10 спортсменов. Сколькими способами теннисисты могут завоевать золото, серебро и бронзу?

- 1) 600 2) 100 3) 300 4) 720

4. Вычислите:

- 1) 1 2) 13 3) 12 4) 32

5. Случайным образом открывается учебник литературы и находится второе слово на странице. Какова вероятность того, что это слово начинается на букву л?

- 1) 2) 3) 4)

6. Вступительный экзамен в лицей состоит из трех туров. Вероятность отсева в 1 туре составляет 60%, во втором – 40%, в третьем – 30%. Какова вероятность поступления в лицей?

- 1) 0,24 2) 0,12 3) 0,18 4) 0,072

7. В коробке лежат 4 голубых, 3 красных, 9 зеленых, 6 желтых шариков. Какова вероятность того, что выбранный шарик будет не зеленым?

- 1) 2) 0,5 3) 4)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	2	3	4	1	2	3	1

Вариант 8

1. Разложите на простые множители число 30. Сколькими способами можно записать в виде произведения простых множителей число 30?

- 1) 6 2) 12 3) 30 4) 3

2. Сколько можно составить из простых делителей числа 2730 составных чисел, имеющих только два простых делителя?

- 1) 300 2) 10 3) 150 4) 15

3. На плоскости даны 8 точек, причем три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует векторов с началом и концом в любых двух из данных точек?

- 1) 18 2) 28 3) 64 4) 56

4. Вычислите:

- 1) 48 2) 94 3) 56 4) 96

5. Катя забыла последнюю цифру семизначного номера телефона знакомой девочки. Какова вероятность того, что Катя набрала телефон знакомой девочки? 1) 0,5 2) 0,1 3) 4) 0,7

1. Три выключателя соединены параллельно. Вероятность выхода из строя первого выключателя равна 3%, второго – 4%, третьего – 1%. Какова вероятность того, что цепь будет разомкнута?

- 1) 12 2) 0,5 3) 0,12 4) 12 · 10

7. На экзамене по математике для усиления контроля класс из 35 учащихся рассадили в три аудитории. В первую посадили 10 человек, во вторую – 12, в третью – остальных. Какова вероятность того, что два друга окажутся в одной аудитории?

- 1) 2) 0,5 3) 4)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	1	2	4	3	2	4	1

Вариант 9

1. Сколькими способами можно закрасить 6 клеток так, чтобы 2 клетки были окрашены красным цветом, а 4 другие – белым, черным, зеленым и синим? (каждый своим цветом).

- 1) 120 2) 360 3) 180 4) 500

2. Сколькими способами можно группу из 17 учащихся разделить на 2 группы так, чтобы в одной группе было 5 человек, а в другой – 12 человек.

- 1) 60 2) 85 3) 6188 4) 6000

3. На плоскости даны 10 точек, причем три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует лучей с началом в любой из данных точек, проходящих

через любую другую из данных точек?

- 1) 720 2) 360 3) 500 4) 100

4. Решите уравнение:

- 1) 4; -5 2) 4 3) -5 4) 9

5. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет невыигрышный?

- 1) 2) 0,2 3) 4) 0,5

6. Отдел технического контроля типографии «Фаворит» проверил книжную продукцию на наличие брака. Вероятность того, что книга не бракованная равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных книг только одна бракованная.

- 1) 0,18 2) 0,81 3) 0,5 4) 0,01

1. 25 выпускников мединститута направили работать в три села. В Хацепеевку попало 7 молодых специалистов, в Хачапуровку – 12, В Красные Огурейцы – остальные. Какова вероятность того, что три друга будут сеять разумное, доброе, вечное в одном селе?

- 1) 2) 3) 0,5 4) 0,35

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	2	3	1	2	3	1	2

Вариант 10

1. Сколькими способами можно закрасить 6 клеток таким образом, чтобы 3 клетки были красными, а 3 оставшиеся были закрашены (каждая своим цветом) белым, черным и зеленым?

- 1) 180 2) 300 3) 120 4) 240

2. Сколькими способами из 10 игроков волейбольной команды можно выбрать стартовую шестерку?

- 1) 210 2) 60 3) 30 4) 240

3. На соревнованиях по легкой атлетике приехала команда из 12 спортсменов. Сколькими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете 4 по 100 на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

- 1) 1200 2) 88000 3) 11880 4) 3000

4. Решите уравнение:

- 1) 6 2) -5; 6 3) -5 4) 30

5. На карточках выписаны числа от 1 до 10 (на одной карточке – одно число). Карточки положили на стол и перемешали. Какова вероятность того, что на вытащенной карточке окажется число 3?

- 1) 2) 0,1 3) 4) 0,4

6. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие, окажется высшего сорта равна 0,8. Найдите вероятность того, что из трех проверенных изделий только два высшего сорта. 1) 0,384 2) 0,5 3) 0,3 4) 0,4

1. На соревнованиях по стрельбе стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,04, в девятку 0,1, в восьмерку – 0,2. Какова вероятность того, что одним выстрелом стрелок наберет не менее восьми очков.

1) 0,5 2) 0,35 3) 0,04 4) 0,34

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	1	3	1	2	1	4

Тест № 2 «Тригонометрические функции»

Вариант № I

1. Упрости $\frac{\cos x}{1 - \sin x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$
те: x □ 2

A) $\frac{2}{\cos x}$ B) 2 C) $\cos x$ D) $\frac{1}{\cos x}$ E) $\sin x$

2. Упрости $\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} - \cos x$
те: x

A) -1 B) $\cos x$ C) 1 D) $\sin x$ E) $\sin 2x$

3. Вычислите: $\cos 40^\circ \cos 20^\circ - \sin 40^\circ \sin 20^\circ$

A) $\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) 1

4. Если $\sin x = \frac{2}{5}$; $\cos x = \frac{3}{2}$; Найдите $\operatorname{tg} x$?

A) $1\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $-\frac{3}{2}$ E) 2

5. Упрости $\frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\sin x}$
те:

A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $\operatorname{tg} x$ D) $\sin^2 x$ E) $\cos^2 x$

6. Упрости $\frac{\sin(\frac{\alpha}{2})}{\cos(\frac{\alpha}{2})}$
те:

A) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ B) $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ C) $\operatorname{ctg} \alpha$ D) 1 E) $-\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$

7. Упрости $\frac{\cos(\frac{\alpha}{2}) - \sin(\frac{\alpha}{2})}{\cos(\frac{\alpha}{2}) + \sin(\frac{\alpha}{2})}$
те:

A) $\cos \frac{\alpha}{2}$ B) $\sin \frac{\alpha}{2}$ C) -1 D) 1 E) $\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}$

8. Найдите значение $\cos 150^\circ$

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

9. Упростите: $\cos 215^\circ \square \sin 215^\circ$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Д) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 4

10. Упростите: $2\sin 15^\circ \square \cos 15^\circ \square \cos 60^\circ$

- A) 1 B) 2 C) 0 Д) -1 E) -2

11. Упростите $\frac{(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha} - 2 \operatorname{tg}^2 \alpha$
те:

- A) 0 B) 1 C) 2 Д) $2 \sin \alpha$ E) $2 \cos \alpha$

12. Упростите: $\left(\frac{\sin x}{1 - \cos x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x}\right) \sin 2x$

- A) $4 \sin x$ B) $2 \cos x$ C) $2 \sin x$ Д) $4 \cos x$ E) $2 \operatorname{tg} x$

13. Упростите:

A) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha}$ B) $\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}$ C) $\frac{2}{\sin \alpha}$ Д) $\frac{2}{\cos \alpha}$ E) $\operatorname{tg} \alpha$

14. Найти $\operatorname{ctg}^2 \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$;

- A) $\frac{4}{24}$ B) $\frac{2}{7} \operatorname{ctg} \alpha$ C) $\frac{25}{24} \sin \alpha$ Д) $\frac{24}{25}$ E) $\frac{25}{7}$

15. Упростите:

A) $\frac{1}{\cos \alpha}$ B) $\frac{1}{\sin \alpha}$ C) $\frac{1 - \cos \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$ Д) $\frac{2}{\operatorname{ctg} \alpha}$ E) $\operatorname{tg} \alpha$

16. Упростите: $(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2 - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2$

- A) 0 B) 2 C) -2 Д) -1 E) 3

17. Упростите: $\frac{(1 - \cos \alpha)^2 - (1 + \cos \alpha)^2}{4 \cos \alpha} - 1$

- A) 0 B) 1 C) 2 Д) -1 E) -2

18. Упростит е: $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$

- A) $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{\sin(\alpha - \beta)}$ Д) -1
E) $\frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta)$

19. Упростите $(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) - \sin 2\alpha$

- A) 0 B) -1 C) 1 Д) 0.5 E) -0.5

20. Упростите: $\cos^2 \alpha - (\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1) \sin^2 \alpha$

- A) $-\sin^2 \alpha$ B) $\sin^2 \alpha$ C) $\cos^2 \alpha$ Д) $-\cos^2 \alpha$ E) $2 \sin \alpha$

21. Найти $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{2}$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

- A) $\frac{\sqrt{4}}{5}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ C) 1 D) $\frac{\sqrt{2}}{15}$ E) $\frac{\sqrt{15}}{6}$

22. Вычислите: $\text{ctg}225^\circ$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) $\sqrt{3}$

23. Упростить выражение и найдите его значение при указанном значении $\square \square 60^\circ$,

- A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

$$\frac{\cos \square}{\text{ctg}(\square \square)}$$

$$24. \text{ Упростите: } \frac{\sin(\alpha) + \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\cos(\alpha)}$$

- A) $\operatorname{tg} \alpha$ B) $2 \operatorname{tg} \alpha$ C) 1 Д) 0 E) $3 \operatorname{tg} \alpha$

25. Упростите: $\sin 4\alpha + \cos \alpha + \cos 4\alpha + \sin \alpha$

- A) $\sin 2\alpha$ B) $\sin \alpha$ C) $\sin 3\alpha$ Д) 1
E) $\sin 4\alpha$

Вариант II

1. Вычислите: $\cos 78^\circ + \cos 18^\circ + \sin 78^\circ + \sin 18^\circ$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 Д) 0 E) $\sqrt{3}$

2. Найти $\cos 2x$, если $\cos x = \frac{2}{3}$

- A) 0 B) 1 C) 2 Д) -1 E) $\sqrt{2}$

3. Вычислить: $\sin 105^\circ$

- A) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{2(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ Д) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ E) 1

4. Найти наименьший положительный период. $y = \sin 2x$

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) 2π C) $\frac{\pi}{4}$ Д) π E) $\frac{\pi}{8}$

5. Вычислите: $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$

- A) -0,28 B) 0,2 C) -0,2 Д) 0,28 E) 1

6. Упростите выражение: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$

- A) 1 B) -1 C) $\cos \alpha$ Д) $\sin \alpha$ E) $2 \sin \alpha$

7. Упростите $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$

- A) $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ B) 1 C) $\frac{1}{\cos \alpha}$ Д) $\frac{1}{\cos \alpha}$ E) $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$

8. Упростите выражение $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \operatorname{tg} \alpha$

- A) $\frac{1}{\cos \alpha}$ B) $\frac{1}{\sin \alpha}$ C) $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ Д) 1 E) $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$

9. Упростите: $\frac{\cos x + \cos\left(\frac{x}{2}\right)}{2 \cos^2 x + \sin 2x}$

- 1 2 1

- A) $\cos x$ B) $\frac{1}{2\cos x}$ C) $\sin x$ Д) $\frac{1}{\cos x}$ E) $\frac{1}{\sin x}$

10. Упрости те $\frac{\cos(\square \square \square) \square 2\sin \square \square \sin \square}{\cos(\square \square \square)}$

- A) $\frac{1}{\square)^2}$ B) -1 C) $\frac{1}{\square)^2}$ Д) 1 E) $\frac{1}{\cos(\square \square \square)}$

11. Вычислите: $\cos 7^\circ \cos 38^\circ \pm \sin 7^\circ \sin 38^\circ$

A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

12. Вычисли $\frac{\sin \alpha \pm \cos \alpha}{2}$ если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$

те: $\frac{\sin \alpha \pm \cos \alpha}{2}$

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) 1

13. Вычислите: $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{3}{2}$

A) 2 B) 1 C) -1 D) $\sqrt{3}$ E) -2

14. Вычислите $\cos x$, если $\sin \frac{1}{2}$; $\frac{5}{2}$

A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B) 1 C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

15. Упростите $(1 \pm \sin x)(1 \pm \sin x)$

A) $\cos x$ B) $\sin x$ C) $\cos^2 x$ D) $\sin x$ E) 1

16. Упрости $\frac{1 \pm \sin 2x}{(\sin x \pm \cos x)^2}$

те: $\frac{1 \pm \sin 2x}{(\sin x \pm \cos x)^2}$

A) $\sin x$ B) $\cos x$ C) $\operatorname{tg} x$ D) 1 E) 2

17. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\pi}{2}$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

18. Вычислите: $\sin(\pm 240^\circ)$

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 0 E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

19. Упрости $\frac{\cos(\alpha \pm \beta) \pm \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)}{\sin(\frac{\alpha \pm \beta}{2})}$

те: $\frac{\cos(\alpha \pm \beta) \pm \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)}{\sin(\frac{\alpha \pm \beta}{2})}$

A) $\operatorname{tg} \alpha$ B) 1 C) 0 D) -1 E) $-\operatorname{tg} \alpha$

20. Упростите выражение: $(1 \pm \operatorname{ctg}^2 \alpha) \sin^2 \alpha \pm \cos^2 \alpha$

A) $\cos^2 \alpha$ B) 1 C) $\sin^2 \alpha$ D) 0 E) $-\sin^2 \alpha$

21. Упростите: $\sin 83^\circ \pm \cos 77^\circ \pm \cos 83^\circ \sin 77^\circ$

A) $\sin 40^\circ$ B) $\sin 20^\circ$ C) $\sin 10^\circ$ D) 1 E) 0

22. Упростите выражение: $\frac{1 \pm \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$

A) $ctg^2 \alpha$ B) $tg \alpha$ C) 1 Д) $\sin \alpha$ E) $\cos \alpha$

23. Упростите: $tg^2 \alpha - \sin^2 \alpha - tg^2 \alpha \sin^2 \alpha$

A) 1 B) -1 C) $\sin \alpha$ Д) $\cos \alpha$ E) 0
 $\sin(\alpha - \alpha) - \cos \alpha - \sin \alpha$

24. Упростите

выражение: $\frac{\sin(\alpha - \alpha) - \cos \alpha - \sin \alpha}{\sin(\alpha - \alpha) - \cos \alpha - \sin \alpha}$

A) 1 B) 0 C) $\sin \alpha$ Д) -1 E) $-\sin \alpha$

25. Вычислите: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - \sin 2\alpha$

A) 0 B) -1 C) 1 Д) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

Ключи

№	Тест	
	В-1	В-2
1.	А	В
2.	С	Д
3.	А	В
4.	А	Д
5.	В	Д
6.	Е	А
7.	Д	Е
8.	А	В
9.	С	В
10.	С	Д
11.	А	Д
12.	Д	С
13.	Е	С
14.	А	А
15.	В	С
16.	В	Д
17.	А	Д
18.	В	А
19.	С	Е
20.	А	С
21.	А	В
22.	В	А
23.	А	Е
24.	В	А
25.	С	С

